L.7/11 SAHLINE | A.S :2007/2008

Devoir de maison N°1

Classes $4^{ème}$sc

Exercice N°1

1/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2 - i\sqrt{3}z - 1 = 0$

2/ Soit $\theta \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$

a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E_\theta): z^2 - 2i\cos\theta z - 1 = 0$

b) Donner la forme exponentielle des solutions trouver

c) En déduire les solutions de $(E'): z^6 - 2i\cos\theta z^3 - 1 = 0$

3/ le plan est muni d'un R.O.N $(o, \vec{u}, \vec{v})$. On donne $A(2i\cos\theta)$; $B(i\cos\theta - \sin\theta)$ et $C(\sin\theta + i\cos\theta)$

a) Calculer $\dfrac{z_A}{z_B - z_C}$

b) En déduire que OCAB est un losange

c) Déterminer θ pour que l'aire du losange OCAB soit maximale

Exercice N°2

Soit $a = -2 + 2i$

1/a) Donner la forme exponentielle de a

b) Trouver alors les racine $3^{ème}$ de a

2/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^4 + (2-2i)z - iz^3 - 2i - 2 = 0$

Exercice N°3

$$\text{Soit } f(x) = \begin{cases} 1 + \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}} & \text{si } x \geq 0 \\ 1 + \dfrac{\cos x - 1}{x} & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

1/ Etudier la continuité de f en 0

2/ Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ Interpréter graphiquement le résultat

3/a) Montrer que $\forall\ x<0$ on a $1 \leq f(x) \leq 1 - \dfrac{2}{x}$

b) En déduire $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

4/a) Pour $x \geq 0$; Montrer que $f'(x) = \dfrac{1}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}$ et vérifier que $f'(x) < 1$

b) Montrer que la courbe représentative de g la restriction de f à $[0; +\infty[$ coupe $\Delta: y = x$ en point unique d'abscisse α et que $\alpha \in]1; 2[$

Exercice N°4

Soit u la suite définie par : $\forall\ n \in \mathbb{N}^*\ \ u_n = \sum_{p=0}^{n} \frac{1}{P!}$

1/ Calculer : $u_1\ ;\ u_2$ et u_3

2/ Montrer que la suite u est croissante

3 / Soit v la suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N}^*\ \ v_n = u_n + \frac{1}{n.n!}$

Montrer que v est une suite décroissante

4/ Vérifier que $\lim_{n \to +\infty} (u_n - v_n) = 0$

5/ En déduire que u et v ont la même limite L

6/a) Montrer que $\forall p \geq 1$ on $a : p! \leq 2^p$

b) En déduire que $L \geq 2$